

**MODELO MATEMÁTICO DE REGRESIÓN POTENCIAL PARA LA GESTIÓN
SOSTENIBLE DE LA INDUSTRIA PESQUERA**

**MATHEMATICAL MODEL OF POTENTIAL REGRESSION FOR SUSTAINABLE
MANAGEMENT OF THE FISHING INDUSTRY**

Fecha de recibido: 27 de julio de 2023

Fecha de aceptado: 19 de septiembre de 2023

Autores:

JULIO TRUJILLO GONZÁLEZ

Universidad de Panamá, Facultad de Ciencias Naturales, Exacta y Tecnología, Departamento de Matemática. Ciudad de Panamá, Panamá.

Correo: julio.trujillo@up.ac.pa

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-3664-8058>

ANA KAREN GÓMEZ-TRINIDAD

Universidad de Panamá, Facultad de Ciencias Naturales, Exacta y Tecnología, Programa de Maestría en Estadística Aplicada. Ciudad de Panamá, Panamá.

Correo: ana-k.gomez-t@up.ac.pa

Orcid: <https://orcid.org/0009-0002-6447-5278>



Este artículo está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional.

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.es>

Resumen

PALABRAS CLAVE:
Industria pesquera,
sostenibilidad,
pesca ilegal,
relación longitud-
peso, economía.

La industria pesquera es esencial para la economía mundial y la nutrición humana, representando una fuente primordial de proteínas y medio de vida para millones alrededor del planeta. El aumento en el consumo mundial de proteínas de origen marino resalta la urgencia de adoptar prácticas sostenibles en este sector. En Panamá, la pesca es un pilar económico vital, aunque enfrenta retos significativos como la pesca ilegal, no declarada y no reglamentada (IUU por sus siglas en inglés). Combatir estas prácticas mediante políticas y estrategias alineadas con estándares internacionales es fundamental para preservar la sostenibilidad de la industria.

Adicionalmente, el comportamiento de los pescadores, su interacción con las normativas y el entorno económico son determinantes en la administración pesquera. En este contexto, el uso de herramientas matemáticas y estadísticas, como el análisis de la relación longitud-peso, se vuelve crucial para entender la dinámica poblacional de las especies y optimizar su manejo, especialmente aquellas de interés comercial.

Este estudio se enfocó en una metodología cuantitativa de diseño no experimental y transversal correlacional. Como resultado, se estableció una correlación entre la longitud y el peso de los peces, evidenciando la importancia de usar la longitud como un indicador predictivo del peso. Esta relación es clave para controlar la edad de los peces capturados, asegurando así una pesca más sostenible.

Abstract

KEYWORDS:
fishing industry,
sustainability,
illegal fishing,
length-weight
relationship,
economy.

The fishing industry is essential for the global economy and human nutrition, representing a primary source of proteins and a livelihood for millions around the planet. The increase in global consumption of marine-derived proteins highlights the urgency of adopting sustainable practices in this sector. In Panama, fishing is a vital economic pillar, though it faces significant challenges such as illegal, unreported, and unregulated fishing (IUU). Combating these practices through policies and strategies aligned with international standards is crucial for preserving the industry's sustainability.

Additionally, the behavior of fishermen, their interaction with regulations, and the economic environment are decisive in fishery management. In this context, the use of mathematical and statistical tools, such as the analysis of the length-weight relationship, becomes crucial for understanding the population dynamics of the species and optimizing their management, especially those of commercial interest.

This study focused on a quantitative methodology with a non-experimental and correlational cross-sectional design. As a result, a correlation between the length and weight of the fish was established, demonstrating the importance of using length as a predictive indicator of weight. This relationship is key to controlling the age of the fish caught, thus ensuring more sustainable fishing.

INTRODUCCIÓN

La industria pesquera juega un papel crucial en la economía global y la nutrición humana. Es una fuente significativa de proteínas y sustento para millones de personas en todo el mundo. El consumo global de proteínas derivadas de peces y otros organismos marinos ha ido en aumento, destacando la importancia de las prácticas sostenibles en la industria pesquera (Van Huis et al, 2013; Spalding, 2016).

En Panamá, la pesca es una industria vital que contribuye a la economía del país. Sin embargo, al igual que muchos otros países, Panamá enfrenta desafíos relacionados con la pesca ilegal, no declarada y no reglamentada (IUU por sus siglas en inglés). La implementación de políticas y prácticas reconocidas internacionalmente contra la pesca IUU es crucial para la sostenibilidad de la industria pesquera (Hutniczak et al., 2019). Además, la conducta de los pescadores y su interacción con las regulaciones y la economía también juegan un papel importante en la gestión de la pesca (Naranjo-Madrigal, 2017).

El uso de las matemáticas y la estadística en la gestión de la pesquería es una herramienta clave para entender la dinámica de las poblaciones de peces. Una de las principales aplicaciones es el establecimiento de la relación longitud-peso en los peces. Esta relación proporciona información indirecta sobre el crecimiento, la madurez, la reproducción y la nutrición de las poblaciones de peces. También permite modelar las tendencias de la biomasa en función del tamaño, lo cual es crucial para la gestión de las poblaciones de importancia comercial (Oliveira et al., 2017; Mehanna & Farouk, 2021; Gijón-Díaz, 2017).

Uno de los métodos estadísticos utilizados para la evaluación de la relación longitud-peso es la regresión potencial, que permite conocer el tipo de crecimiento entre el peso y la talla: isometría (relación proporcional entre uno y otro) o alometría (relación proporcional, pero con

crecimiento diferente: más peso que talla o viceversa, más talla que peso) (Espino Barr et al., 2008).

En este artículo se considera las siguientes especies:

- Bream (*Abramis brama*), conocido como sargo o besugo, es una especie que habita fondos de arena planos en aguas marinas, pero también común en aguas estuarinas. Con longitud entre 40 y 60 cm y peso de 2-3 kg, de cuerpo comprimido lateralmente y una giba en la parte anterior del dorso. De color gris plateado y aletas de color gris o negro (Froeser & Pauly, 2022; Posada et al., 2014).
- Parkki (*Blicca bjoerkna*), con una longitud máxima de 45.5 cm y una longitud promedio de 20 cm, y un peso máximo de 1 kg. Esta especie abunda en lagos, ríos y canales de aguas tranquilas donde se alimenta de pequeños invertebrados (Froeser & Pauly, 2022).
- Perch (*Perca*), género de peces de la familia Percidae con dos aletas dorsales, se reconocen tres especies: *P. fluviatilis*, *P. schrenkii* y *P. flavescens*. Se pueden pescar en lagos, ríos e incluso en áreas costeras durante todo el año. Usualmente pesan de 1 a 2 libras y se mueven en bancos. Estos peces prefieren aguas cálidas, por lo que la mejor temporada para pescarlos es entre julio y septiembre (Andriana, 2022).
- Pike (*Esox lucius*), peces de cuerpo largo en forma casi cilíndrica y con boca en forma de pico de pato. Estos especímenes que pueden pesar hasta 20 libras y miden entre 50 cm y 1 metro. Pueden ser encontrados en aguas costeras y muchos lagos en Finlandia, la mejor temporada para pescar estos peces es de mayo a diciembre (Andriana, 2022).
- Roach (*Rutilus rutilus*), peces con colas alargadas y escamas plateadas que se encuentran en una gran variedad de hábitats, son muy abundantes en lagos ricos en nutrientes y ríos. La longitud promedio es 25 cm y un peso de hasta 1 kg. (Froeser & Pauly, 2022).
- Smelt (*Osmerus eperlanus*), pertenecientes a la familia Osmeridae, pueden ser encontrados en ríos y lagos de Europa. Mide de 15 a 18 cm, pero algunos ejemplares pueden llegar a medir 30 cm de largo, de cuerpo levemente traslúcido. Algunas especies de smelts son de las pocas que pueden ser capturadas con redes profundas de mano. Ya que son pequeños usualmente se comen fritos, enteros (Froeser & Pauly, 2022).

- Whitefish (*Coregonus lavaretus*), pertenecientes a la familia Salmonidae, habitan en ríos y lagos, así como la costa de Mar Báltico. Tiene cabeza pequeña y aguda, de lomo verdoso y vientre plateado, pueden alcanzar longitudes de 73 cm y 10 kg de peso. Junio y julio son buenos meses para capturarlos, con anzuelos micro-plugs (FishinginFinland, n.d.).

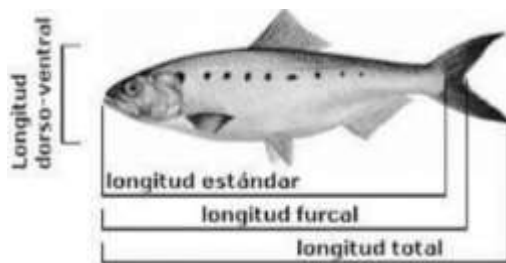
Método

La metodología de esta investigación se basa en un enfoque cuantitativo, con un diseño no experimental y transversal correlacional. Se utilizó una base de datos que contiene las mediciones de 159 peces capturados en el Lago Leangelmaeevesi en Finlandia. Se registraron un total de siete especies (Bream, Parkki, Perch, Pike, Roach, Smelt, Whitefish), y para cada una de ellas se tomaron varias medidas, incluyendo el peso (SAS Institute Inc., n.d.).

Las variables de interés en este estudio incluyen la longitud total, que es la distancia desde la punta de la cabeza hasta el final de la aleta caudal (Vega et al., 2016), la longitud estándar, que es la distancia desde la punta de la cabeza hasta el principio de la aleta caudal (SAS Institute Inc., n.d.), y la longitud furcal, que es la distancia desde el extremo inferior del organismo, hasta el punto de bifurcación de los lóbulos (furcal) de la aleta caudal (UNAM, n.d.).

Figura 1

Longitudes de los peces



Nota. Se presenta la longitud dorsal-ventral, la longitud estándar, la longitud furcal y la longitud total.

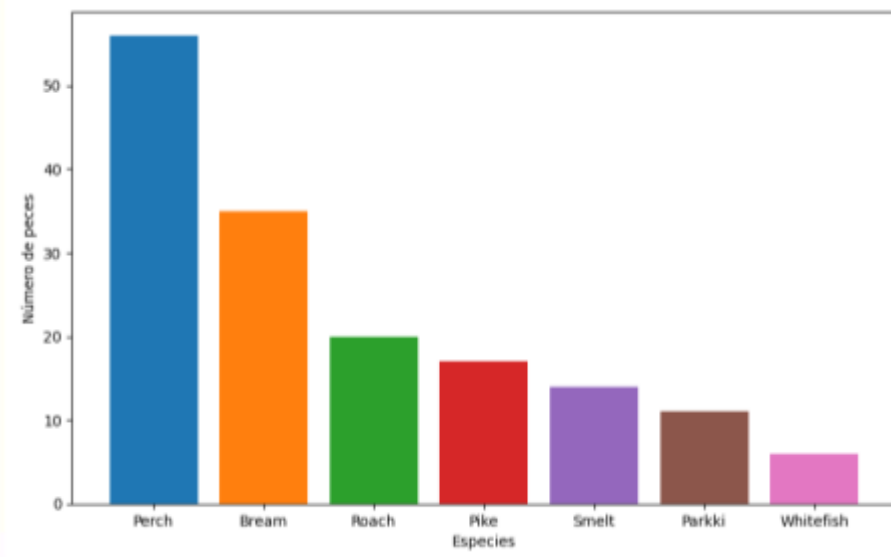
Resultados

En nuestra base de datos, contamos con diversas variables: especie, longitud 1, longitud 2, longitud 3, altura y ancho. Nuestro desafío es identificar el modelo de regresión más adecuado que pueda establecer una relación entre el peso del pez (variable dependiente) y las demás variables (variables independientes), excluyendo la especie. Para nuestro análisis, optaremos por utilizar la regresión potencial, que establece una relación alométrica. Las variables se reducen a: especie, altura, ancho y longitud total, ya que longitud 1, longitud 2 y longitud 3 esta relacionadas.

En primer lugar, determinaremos la cantidad de pescados capturados por especies que presenta nuestra base de datos.

Figura 2

Cantidad de especies de peces

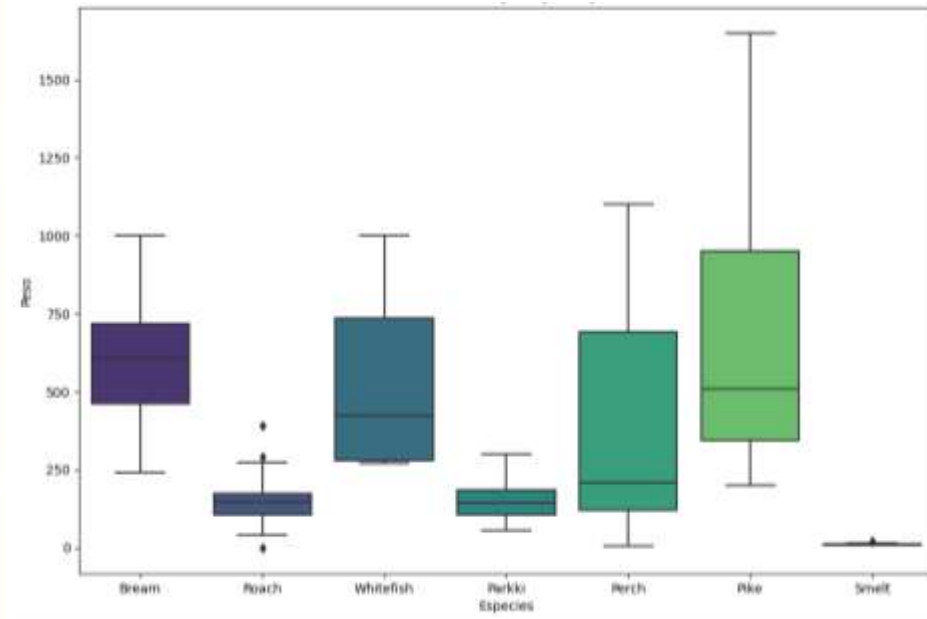


Nota. Cada barra representa la cantidad de peces capturados por especie, con el Perch mostrando la mayor cantidad y el Whitefish la menor. Las especies enumeradas son Perch, Bream, Roach, Pike, Smelt, Parkki y Whitefish.

Podemos observar que la especie más capturada es “Perch” y la menos común es “Whitefish”.

Figura 3

Variabilidad del peso por especie



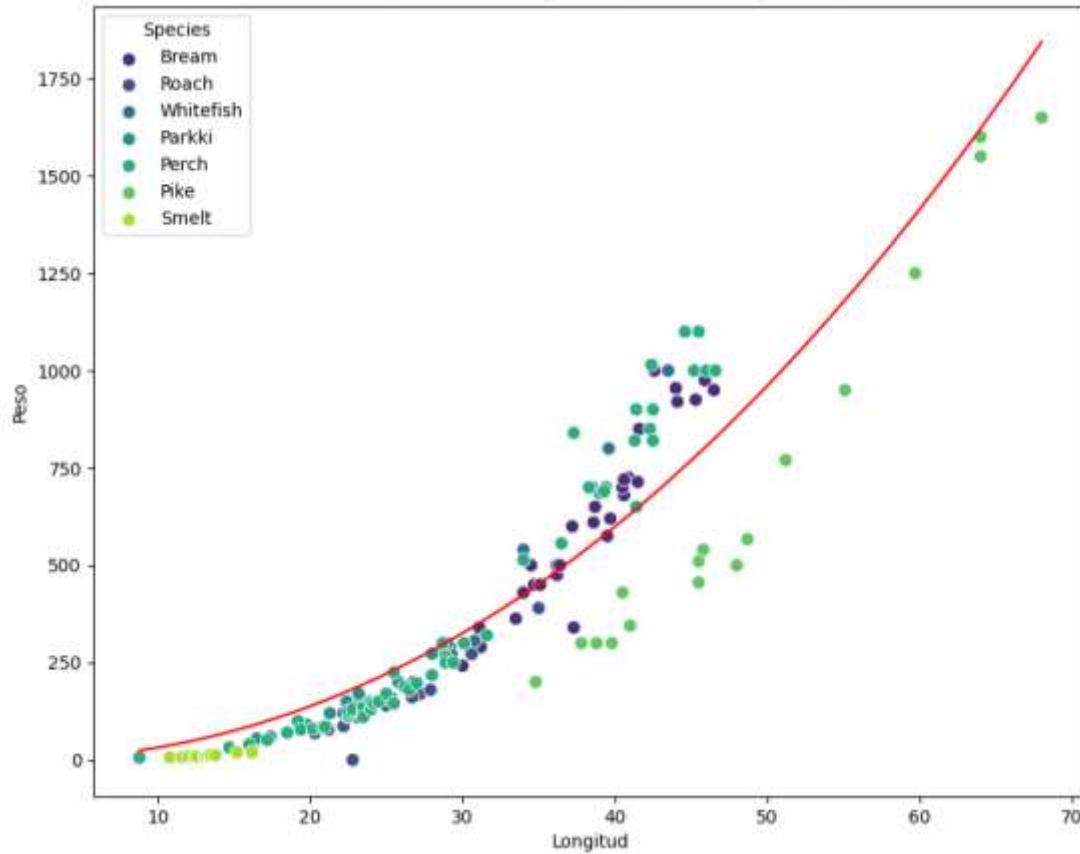
Nota. Diagramas de caja que ilustra la distribución de pesos para diferentes especies de peces, con medianas, rangos intercuartílicos y valores atípicos.

El gráfico de cajas nos proporciona una visualización de la mediana (la línea dentro de la caja), los cuartiles (las cajas), los valores mínimos y máximos dentro del rango intercuartílico (las líneas, también conocidas como "bigotes"), y los valores atípicos (los puntos por encima o por debajo de los "bigotes").

Podemos ver que hay una variación considerable en el peso entre las diferentes especies de peces. Por ejemplo, los peces de la especie "Pike" tienden a ser más pesados, mientras que los peces de la especie "Smelt" tienden a ser más ligeros. También hay una considerable variabilidad de peso dentro de cada especie, como se indica por la longitud de las cajas y los bigotes.

Figura 4

Modelo matemático: regresión potencial



Nota. La imagen muestra un gráfico de dispersión con puntos de diferentes colores representando distintas especies de peces según su peso y longitud, con una línea de tendencia roja indicando la relación general entre estas dos variables.

La línea de regresión potencial en rojo intenta capturar la tendencia general de los datos: en general, los peces más largos también tienden a ser más pesados. Sin embargo, esta línea es solo una simplificación y no captura toda la variabilidad en los datos. Es importante recordar que la relación real entre la longitud y el peso puede ser más compleja y puede variar entre diferentes especies de peces.

La ecuación de la regresión potencial es:

$$Peso = 0.24(longitud)^{2.12}$$

Los coeficientes de la regresión son:

Tabla 1

Estadísticas del modelo

Coefficiente	Estimación	Error Estándar	Estadística t
a (intercepto)	0.24	0.07	3.41
b (pendiente)	2.12	0.08	27.61

El coeficiente de determinación (R^2) es 0.86, lo que indica que aproximadamente el 86% de la variabilidad en el peso se puede explicar por la longitud. Un R^2 de 0.86 es bastante alto, lo que sugiere que la longitud es un buen predictor del peso en estos datos.

El error estándar de la estimación es 133.59. Esta es una medida de la variabilidad de los residuos, y cuanto más pequeño es el error estándar, mejor es el ajuste del modelo.

La estadística F es 977.62. La estadística F es una medida de cuánto mejora el modelo completo (con la longitud como predictor) en comparación con un modelo sin predictores (solo el intercepto). Una estadística F grande, como la que tenemos aquí, es una indicación de que el modelo con la longitud como predictor es significativamente mejor que el modelo sin predictores.

Conclusiones

La regresión potencial empleada ha demostrado que existe una relación alométrica entre la longitud y el peso de los peces, indicando que el crecimiento en peso no es proporcional al crecimiento en longitud. La alta calidad del ajuste del modelo, respaldada por un coeficiente de determinación R^2 de 0.86, resalta la utilidad de la longitud como predictor confiable del peso de los peces. Estos hallazgos ofrecen una base sólida para mejorar las prácticas de clasificación,

Modelo matemático de regresión potencial para la gestión sostenible de la industria pesquera |18

manejo y explotación sostenible de las poblaciones de peces en la región, contribuyendo a la protección de la biodiversidad acuática y a la seguridad alimentaria de millones de personas en todo el mundo.

Referencias

Andriana. (2022, August 1). Finland Fishing: The Complete Guide. Fishing Booker Blog. <https://fishingbooker.com/blog/fishing-in-finland-ultimate-guide/>

FishinginFinland. (n.d.). 2022. Retrieved August 16, 2022, from <https://www.fishinginfinland.fi>

Froese, R. (2006). Cube law, condition factor and weight-length relationships: History, meta-analysis and recommendations. In *Journal of Applied Ichthyology* (Vol. 22, Issue 4, pp. 241–253). <https://doi.org/10.1111/j.1439-0426.2006.00805.x>

Froeser, R., & Pauly, D. (2022). FishBase. FishBase World Wide Web Electronic Publication, Version (02/2022). <https://fishbase.org>

Posada, J. M., Ross Salazar, E., Melo, G., Sánchez, N., & Ventura Pozuelo, A. E. (2014). Guía de identificación: Peces de importancia comercial en la costa Pacífica de Panamá. Fundación MarViva.

SAS Institute Inc. (n.d.). SAS Help Center: Finland's Lake Laengelmävesi Fish Catch Data. Retrieved August 15, 2022, from http://documentation.sas.com/doc/en/statug/15.2/statug_sashelp_sect012.htm

UNAM. (n.d.). Peces Óseos / Anatomía. Información de Peces. Retrieved August 17, 2022, from <http://www.ib.unam.mx/cnpe/informacion/oseos/anatomia/>

Vega, Á. J., Robles, Y. A., & Maté, J. L. (2016). La pesca artesanal en el Parque Nacional Coiba y zona de influencia. Biología y pesquería de sus principales recursos, con recomendaciones de manejo. In *Biología y pesquería de sus principales recursos, con recomendaciones de manejo*. Fundación MarViva.

Modelo matemático de regresión potencial para la gestión sostenible de la industria pesquera
|19

https://www.researchgate.net/profile/Angel_Vega/publication/306473151_La_pesca_arte_sanal_en_el_Parque_Nacional_Coiba_y_su_Zona_de_Influencia_Biologia_y_pesqueria_de_sus_principales_recursos_con_recomendaciones_de_manejo/links/57be5cbc08aeb95224d07dec/La-pesca-artesanal-en-el-Parque-Nacional-Coiba-y-su-Zona-de-Influencia-Biologia-y-pesqueria-de-sus-principales-recursos-con-recomendaciones-de-manejo.pdf

Gijón-Díaz, D., Reyes-Bonilla, H., Guerrero-Izquierdo, T. P., & Melo, F. J. F. (2017). Potencial económico de la captura de peces de ornato bajo protección federal en México. *Revista de Biología Tropical*, 65(1), 1-13.

Hutniczak, B., Delpeuch, C., & Leroy, A. (2019). Closing gaps in National Regulations against IUU fishing.

Mehanna, S., & Farouk, A. (2021). Length-Weight Relationship of 60 Fish Species From the Eastern Mediterranean Sea, Egypt (GFCM-GSA 26). *Frontiers in Marine Science*, 8, 625422.

Naranjo-Madrigal, H. (2017). Teorías y modelos aplicados al estudio de la conducta del pescador: implicaciones en procesos de gestión. *Revista de Ciencias Marinas y Costeras*, 9(1), 59-79.

Oliveira, M. S., Silva, L. M. A., Prestes, L., & Tavares-Dias, M. (2020). Length-weight relationship and condition factor for twelve fish species from the Igarapé Fortaleza basin, a small tributary of the Amazonas River estuary. *Acta Amazonica*, 50(1), 72-78.

Spalding, M. J. (2016). The new blue economy: the future of sustainability. *Journal of Ocean and Coastal Economics*, 2(2), 8.

The New Blue Economy: the Future of Sustainability. (2019). *Journal of Ocean*

Van Huis, A., Van Itterbeeck, J., Klunder, H., Mertens, E., Halloran, A., Muir, G., & Vantomme, P. (2013). Edible insects: future prospects for food and feed security. Food and Agriculture Organization of the United Nations (FAO).